§46. PUNTO NAVE ASTRONOMICO COMPLETAMENTE ANALITICO. (Con Microcomputer)

a. Premessa

Nella I^a parte esponiamo la soluzione per osservazioni simultanee o da ritenersi tali.

Nella II^a parte daremo gli algoritmi del trasporto per osservazioni intervallate.

b. I^a Parte

POSIZIONE STIMATA	$\pm \varphi_0$ = Latitudine (+ Nord) (- Sud)
	$\pm \lambda_0$ = Longitudine (+ Est) (- Ovest)

ASTRO 1 OSSERVATO ALL' EPOCA T_{m1}	$C\alpha_1$ = Coascensione retta dell'astro 1
	$\pm \delta_1$ = Declinazione (+ Nord) (- Sud)
	h_{v1} = altezza vera (ottenuta da quella osservata)

ASTRO 2 OSSERVATO ALL' EPOCA T_{m2}	$C\alpha_2$ = Coascensione retta dell'astro 2
$T_{m2} > T_{m1}$	$\pm \delta_2$ = Declinazione (+ Nord) (- Sud)
	h_{v2} = altezza vera (ottenuta da quella osservata)

....

....

ASTRO *n* OSSERVATO ALL' EPOCA T_{mn}	$C\alpha_n$ = Coascensione retta dell'astro *n*
$T_{mn} > T_{m(n-1)}$	$\pm \delta_n$ = Declinazione (+ Nord) (- Sud)
	h_{vn} = altezza vera (ottenuta da quella osservata)

Con procedimenti noti abbiamo:

$t_S = f(T_m, T_S, \lambda_o)$ (tempo sidereo locale) e per ogni astro:

$t_i = t_{Si} + C\alpha_i$ (con $i = 1,2,3,\ldots.n$);

ne conseguono le coordinate rettangolari:

$$\begin{cases} X_0 = \cos\varphi_0 \\ Z_0 = sin\varphi_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_i = \cos\delta_i \cdot \cos t_i \\ Y_i = \cos\delta_i \cdot s\,\mathrm{int}_i \\ Z_i = sin\delta_i \end{cases}$$

Soluzione con due astri

Sistema risolvente
$$(1)\begin{cases} X_1 \cdot X + Y_1 \cdot Y + Z_1 \cdot Z = sinh_{v1} \\ X_2 \cdot X + Y_2 \cdot Y + Z_2 \cdot Z = sinh_{v2} \\ X_0 \cdot X + Z_0 \cdot Z = 1 \end{cases}$$

Punto Nave
$$(2)\begin{cases} \pm\varphi = sin^{-1}\left(\dfrac{Z}{K}\right) \\ \pm t_N = \tan^{-1}\left(\dfrac{Y}{X}\right) \\ \pm\lambda = \pm\lambda_0 - (\pm t_N) \end{cases}$$

$$K = \left|\left(X^2 + Y^2 + Z^2\right)^{1/2}\right|$$

Considerazioni

"Con un buon punto stimato deve essere $K \cong 1$, con K molto diverso da 1 c'è errore nei calcoli o cattiva osservazione anche per astro errato".

Soluzione con tre astri

In questo caso necessita solo una longitudine stimata λ_o assunta anche con incertezza di alcuni gradi.

Sistema risolvente
$$(3)\begin{cases} X_1 \cdot X + Y_1 \cdot Y + Z_1 \cdot Z = sinh_{v1} \\ X_2 \cdot X + Y_2 \cdot Y + Z_2 \cdot Z = sinh_{v2} \\ X_3 \cdot X + Y_3 \cdot Y + Z_3 \cdot Z = sinh_{v3} \end{cases}$$

con $K \cong 1$ si procede con le (2) ;

con K molto diverso da 1, valgono le considerazioni sopracitate, pertanto c'è, in questo caso, un'osservazione errata o errori nei calcoli. Per effettuare l'analisi delle tre osservazioni occorre un buon punto stimato (φ_o ,λ_o) in modo da risolvere tre sistemi del tipo (1), nelle combinazioni:

(1,2) ; (2,3) ; (1,3)

Il sistema che fornisce il più piccolo K (ovvero il più prossimo al valore 1) porge il punto nave più probabile.

Soluzione con n astri ($n > 3$)

Si risolve il sistema (3) più volte, ogni volta con tre equazioni relative a tre astri possibilmente con differenze d'azimut di circa 120°. la media delle φ e delle λ trovate si assume come punto nave più probabile. [17]

riprendendo le considerazioni precedenti, si scartano le triplette che hanno un K troppo diverso rispetto ad un K medio. Si tenga presente che la tripletta da scartare contiene l'osservazione errata che può essere individuata nelle combinazioni.

Algoritmi del trasporto per osservazioni intervallate

Il trasporto all'epoca $T_{m\,n}$ dell'ultima osservazione (con $T_{m\,1} < T_{m\,2} < \ldots\ldots T_{m\,n}$), si ottiene calcolando gli intervalli trascorsi fra le singole osservazioni e l'ultima.

$$\begin{cases} \Delta T_1 = T_{mn} - T_{m1} \\ \Delta T_2 = T_{mn} - T_{m2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Delta T_{m-1} = T_{mn} - T_{m(n-1)} \end{cases}$$

Questi intervalli con *Rotta* e *cammino* , consentono il calcolo delle variazioni corrispondenti.

$$\text{(valori algebrici)} \begin{cases} \Delta\varphi_1 \\ \Delta\varphi_2 \\ \ldots \\ \ldots \\ \Delta\varphi_{n-1} \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta\lambda_1 \\ \Delta\lambda_2 \\ \ldots \\ \ldots \\ \Delta\lambda_{n-1} \end{cases} \qquad (\text{ con } i = 1,2,3,\ldots.n-1)$$

(17) Una soluzione per minimi quadrati non migliora il risultato.

Con R = Rotta circolare da Nord per Est <u>cos R</u> da il segno a Δφ e <u>sin R</u> da il segno a Δλ.
ne consegue per ogni astro da trasportare:

(somme algebriche) $\begin{cases} \Delta t_i = -\Delta\lambda_i + \Delta\varphi_i \cdot s\,\mathrm{int}_i \cdot \tan\delta_i \\ \Delta\delta_i = \Delta\varphi_i \cdot \cos t_i \end{cases}$

e con le nuove coordinate equatoriali locali:

(somme algebriche) $\begin{cases} (t_i) = t_i + \Delta t_i \\ (\delta_i) = \delta_i + \Delta\delta_i \end{cases}$

si costruiscono i coefficienti dei sistemi risolventi (1) e (3):

$$\begin{cases} X_i = \cos(\delta_i)\cdot\cos(t_i) \\ Y_i = \cos(\delta_i)\cdot sin(t_i) \\ Z_i = sin(\delta_i) \end{cases}$$

Il punto nave ottenuto è quello dell'ultima osservazione. [18]

(18) Per un maggiore approfondimento dell'argomento trattato vedasi "A. Vassallo "*Complementi di navigazione astronomica in coordinate rettangolari*" Liguori Editore Napoli".

I.I. 3164

ISTITUTO IDROGRAFICO DELLA MARINA

LEZIONI DI ASTRONOMIA GEODETICA IN COORDINATE RETTANGOLARI CON ELEMENTI FONDAMENTALI DI ASTRONOMIA NAUTICA

Parte teorica: A. Vassallo
Parte operativa e numerica: R. Gargiulo

GENOVA 2000